

一种基于带宽分配的联邦学习激励机制

郭英芸^{1,2}, 高博^{1,2}, 张志飞^{1,2}, 张煜³, 熊轲^{1,2}

(1. 北京交通大学计算机与信息技术学院, 北京 100044;

2. 北京交通大学高速铁路网络管理教育部工程研究中心, 北京 100044;

3. 国网能源研究院有限公司, 北京 102209)

摘要: 联邦学习 (FL, federated learning) 是一种新兴的机器学习范式, 它可以充分利用移动众包资源进行去中心化数据训练。然而, 在无线网络中部署 FL 面临网络带宽有限、移动用户自私等挑战。为了应对这些挑战, 提出了一种基于带宽分配的激励机制 (IMBA, incentive mechanism with bandwidth allocation)。IMBA 考虑用户数据质量和计算能力的不同设计支付方案, 以激励高数据质量用户贡献其计算资源, 进而提升模型训练精度。通过最小化训练时间和支付成本权重和确定最佳支付与带宽分配方案, 通过优化带宽分配降低训练时延。实验表明, IMBA 能够有效提高训练精度, 降低训练时间, 并帮助服务器灵活权衡训练时间和支付报酬。

关键词: 联邦学习; 激励机制; 带宽分配; Stackelberg 博弈; 训练质量

中图分类号: TP393

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-3750.2022.00300

An incentive mechanism with bandwidth allocation for federated learning

GUO Yingyun^{1,2}, GAO Bo^{1,2}, ZHANG Zhifei^{1,2}, ZHANG Yu³, XIONG Ke^{1,2}

1. School of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

2. Engineering Research Center of High Speed Railway Network Management, Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

3. State Grid Energy Research Institute Co., Ltd., Beijing 102209, China

Abstract: Federated learning (FL) is an emerging machine learning paradigm that can make full use of crowd sourced mobile resources for training on decentralized data. However, it is challenging to deploy FL over a wireless network because of the limited bandwidth and clients' selfishness. To address these challenges, an incentive mechanism with bandwidth allocation (IMBA) was proposed. Considering the difference between clients' data quality and computing power, IMBA designs a payment scheme to incentivize high-quality clients to contribute their computing resources, thus improving the training accuracy of the model. By minimizing the weight sum of training time and payment cost, the optimal payment and bandwidth allocation scheme was determined, and the training delay was reduced by optimizing bandwidth allocation. Experiments show that IMBA effectively improves training accuracy, reduces the training delay and helps the server flexibly balance training delay and hiring payment.

Key words: federated learning, incentive mechanism, bandwidth allocation, Stackelberg game, training quality

收稿日期: 2022-03-07; 修回日期: 2022-09-16

通信作者: 高博, bogao@bjtu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61872028); 中央高校基本科研业务费专项资金 (No.2021JBM008, No.2022JBXT001)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61872028), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (No.2021JBM008, No.2022JBXT001)

0 引言

信息技术的飞速发展推动了智能设备的广泛部署^[1-2]，这些智能设备具备了不同程度的数据收集和计算能力。为了在保护用户数据隐私的情况下充分利用用户设备上的数据，联邦学习^[1]（FL, federated learning）应运而生。联邦学习使一组用户能够根据自己的本地数据协作学习全局模型。得益于其保护数据隐私的特点，联邦学习受到了各研究领域的广泛关注，其实际应用也在不断探索中，例如，医疗领域的个性化医疗保健^[3]、病例相似性检测^[4]，金融领域的信贷风控^[5]，销售领域的精准产品营销、个性化服务等。随着无线网络的广泛普及，无线网络中的联邦学习有着广阔的应用前景，但其实际部署面临一些挑战。首先，无线网络的带宽资源有限^[6-7]，通信负担过重时，会发生丢包等问题，不能保证所有用户都有机会参与训练。为了在训练过程中提高通信效率，需要预先合理地分配有限的带宽资源。其次，无线网络中的自治移动用户（即训练者）通常不愿意在毫无报酬的情况下将其数据、计算和通信资源贡献给服务器（即模型所有者），为了提升用户的参与意愿，必须设计有效的激励机制。最后，来自无线网络的众包资源大多是异构的，移动用户在不同位置时具有不同的通信能力，因此所经历的通信时延不同。此外，用户收集的数据质量不同，拥有的计算能力不同，进而导致训练效果和计算时延也不尽相同。通信、计算时延的差异性和训练效果的差异性将影响最终得到的 FL 模型质量。因此，需要设计能够衡量用户各方面差异，激励计算能力强、数据质量好的用户参与训练的机制，达到减小计算时延的同时提升训练效果的目的，同时通过对带宽资源的合理分配减小通信时延。

近期，国内外已经有一些尝试解决上述问题的文献。文献[8-18]致力于解决资源有限和用户异构的问题。基于异构用户的计算和通信资源及有限的无线网络资源，文献[14-15]通过设计训练者选择方案来选择优秀的用户参加训练，达到提升训练精度的效果。文献[8-10]通过设计优化带宽分配算法分配有限的通信资源以降低训练时延。综合考虑用户设备的内存、CPU 参数以及训练时间等因素，文献[11]提出了一种多准则用户选择方案，在用户选择过程中预测用户是否能够执行联邦训练任务。文献[12]通过用户数据分布判断选择标准，并提出了一种联邦学习算法 CSFedAvg。文献[7,9,13]将带宽分配与训练者选择相

结合，进一步优化了 FL 训练过程，以实现提高训练精度的目标。文献[16]通过最小化学习速率与功耗的权重和解决了最佳用户选择和资源分配问题。针对实时变化的网络环境，文献[17]提出了一种选择与分配方案，该方案适用于长期、连续的联邦学习任务。文献[18]通过考虑小区内用户设备的调度限制路径损耗，同时利用多址信道的叠加特性降低时延。然而，上述研究仍然假设用户是无私的。

为了激励自私的移动用户贡献自己有限的可用移动资源来参与联邦训练，文献[19-28]设计了不同的激励机制，促进自私用户参与 FL 训练。通过设计针对不同用户类型的合同，文献[19]在保证用户真实报价的同时，解决了服务器与用户间信息不对称的问题。文献[20]构建了一个针对用户训练模型的评价矩阵以衡量不同用户的贡献水平，文献[21]借助 Shapely 值分析分组特征的重要性程度，并通过重要性程度决定贡献水平，之后，通过贡献水平确定激励中的奖励水平。文献[22]关注了不同用户对隐私需求的不同，结合模型贡献水平确定了一种基于隐私需求的激励支付机制。文献[23]基于 Stackelberg 博弈框架提出了一种新颖的众包框架来激励用户参与训练，并提高通信效率。文献[24-25]设计了基于区块链技术的激励机制，并结合声誉与契约理论，激励高声誉的移动设备参与训练。文献[26]设计了一种基于图神经网络和深度强化学习的反向多维拍卖机制。文献[27]关注了跨孤岛式联邦学习，考虑将训练模型作为公共物品，提出了一种 Stackelberg 博弈激励方案。文献[28]设计了一种多维契约方法，可将训练成本和通信时延等多维用户隐私信息聚合为一维标准，并最终降低了训练时间。

尽管如此，尚未有综合考虑 FL 实施过程中的带宽资源有限、用户自私和用户异构问题的研究工作。为了同时有效处理这些问题，本文提出了一种基于带宽分配的激励机制（IMBA, incentivization mechanism with bandwidth allocation），论文主要贡献如下。

1) 在服务器与用户之间构建了一种 Stackelberg 博弈模型，使服务器能够在训练时间和支付成本之间取得较好的权衡。设计了一种综合计算资源与数据质量的支付分配方式，以激励高数据质量用户参与训练；考虑用户多维私有信息的差异，综合服务器与用户双方的训练成本、支付成本、时间成本等信息设计了双方的效用函数，将激励过程建模为效用函数最大化的两阶段 Stackelberg 博弈问题。通过求解

该博弈问题确定服务器与用户间的最佳定价方案。理论证明了多个用户之间存在唯一的 Nash 均衡解, 用户与服务器之间存在唯一的 Stackelberg 均衡解。

2) 为了降低有限带宽对 FL 训练的影响, 将带宽分配引入到激励过程中, 实现了对无线资源的合理利用, 并有效降低了通信时间。为了缩短训练时间, 允许服务器通过价格激励的方式激励用户付出更多的 CPU 资源; 同时, 为了最大化利用有限带宽资源, 在激励过程中对带宽分配进行了优化, 进一步降低了训练时间。

3) 为了评估用户参与 FL 训练带来的性能提升, 从训练效果与训练时间两个方面对训练质量进行了刻画; 同时, 为了确定不同因素对训练效果的影响, 进行了实验分析, 在此基础上提出了一种基于数据质量评价用户提升训练效果的方法。

1 系统模型与问题建模

1.1 IMBA 系统模型

为便于阅读, 参数说明见表 1。所考虑的系统由一个中央服务器(与基站连接)和 N 个自治移动用户(由基站覆盖)组成, 在基站范围内有 N 个可能参与训练的用户 $\mathcal{N} = [1, 2, \dots, N]$ 。由于用户自私且资源异构, 需设计合理的激励方案, 鼓励优质用户参与任务。该

系统分两个阶段运行, 即博弈定价阶段和训练阶段。

IMBA 系统模型如图 1 所示, 在博弈定价阶段, 服务器向每个用户广播 FL 训练任务。用户收到后, 决定是否参加训练以及贡献多少计算资源。如果参加, 用户将向服务器发送个人资源等信息; 否则, 不发送任何信息, 服务器将默认其放弃训练任务。服务器收到结果后, 进行带宽分配与支付决策。博弈定价结束后, 服务器将结果和初始全局模型发送给训练者, 开始联邦训练。

假设训练过程中参与用户相对稳定, 即用户位置、通信状态、所收集的训练数据等在训练过程中保持不变, 如同在同一小区内的同类型、位置固定的物联网设备——智能路灯、摄像机等。在任务开始前首先进行 Stackelberg 博弈定价, 定价完成之后进行联邦训练, 并在训练完成之后由服务器按照博弈过程的定价支付训练用户报酬。在该系统中, 用户是各种具有不同数据采集能力和计算能力的智能设备, 它们在不同位置通过无线网络与服务器通信。由于通信过程中存在路径损耗和阴影衰落, 因此用户的通信资源和能力也是异构的。

采用联邦平均算法进行模型训练^[1], 联邦学习的训练过程包括 4 个步骤。用户 n 的数据集合为 O_n , 其第 j 个数据样本包含两部分: 作为训练模型的输入

表 1 参数说明

符号	说明	符号	说明
N / \mathcal{N}	用户数量/用户集合	O_n / \mathcal{O}_n	用户 n 的训练数据数量/集合
B	总上行带宽	λ / λ_n	带宽分配比例向量/用户 n 的带宽比例
g_n	用户 n 与基站间信道增益	h_n	用户 n 的小尺度衰落分量
r_n	用户 n 的上行传输速率	ρ_n	用户 n 的阴影衰落模型
ζ_n	用户 n 的路径损失模型	Z_0	噪声功率
p_n	用户 n 的发射功率	D	训练模型大小
t_n^M	用户 n 的通信时间, M 表示通信	E_n^M	用户 n 的通信功耗
θ_n^M	用户 n 的单位通信成本	c_n^M	用户 n 的通信成本
I_n	用户 n 的本地 epoch 数	q_n	用户 n 的数据质量
Δ	单位样本的大小	e_n	用户 n 计算芯片组的有效电容参数
f_n	用户 n 用于本地训练的 CPU 频率	t_n^P	用户 n 本地计算时间, P 表示计算
E_n^P	用户 n 的本地计算功耗	θ_n^P	用户 n 单位计算成本
c_n^P	用户 n 的本地计算成本	t_n	用户 n 训练时间
c_n	用户 n 的本地成本	δ_n	用户 n 的数据非独立同分布程度
μ_n	用户 n 处理单位比特样本数据所需的 CPU 周期数	τ / τ_n	服务器的单位支付向量/用户 n 的单位报酬
β	时间与支付成本的权衡系数	K / \mathcal{K}	参与训练用户数量/训练用户集合

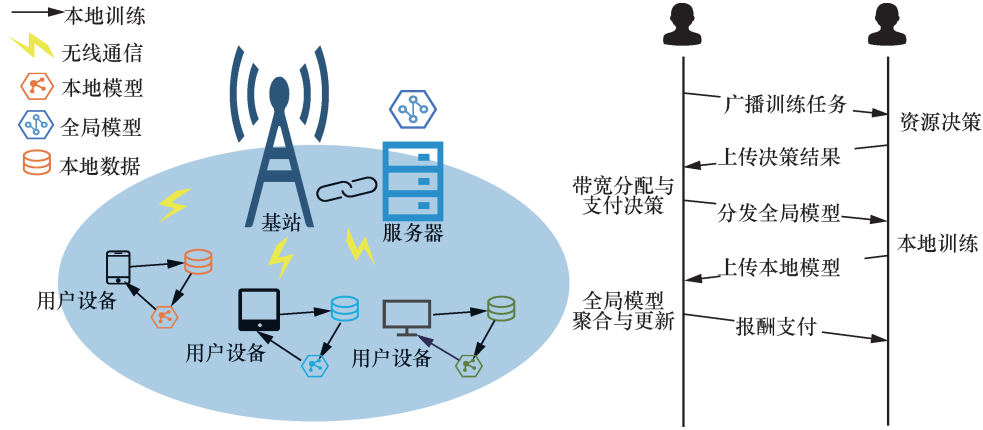


图1 IMBA 系统模型

部分 x_j 和输出部分 y_j 。服务器的目标是训练一个共享的模型 w ，定义数据样本 j 在模型参数 w 上的损失函数为 $f_j(w)$ ，其形式有多种，如平方损失函数、对数损失函数等。用户 n 在其数据集上的损失函数为

$$F_n(w) = \frac{1}{O_n} \sum_{j \in O_n} f_j(w) \quad (1)$$

其中， $O_n = |O_n|$ ，表示用户 n 的数据样本个数。定义全局损失函数为

$$F(w) = \sum_{n \in \mathcal{K}} \frac{O_n}{\sum_{n \in \mathcal{K}} O_n} F_n(w) \quad (2)$$

其中， \mathcal{K} 表示训练用户集合，在模型学习过程中有 $K = |\mathcal{K}|$ 个用户参与训练。参与训练的用户协作训练以实现最小化全局损失函数 $F(w)$ ，即学习得到 w^* ，满足

$$w^* = \arg \min F(w) \quad (3)$$

式(3)的闭式解通常很难直接找到，可以通过梯度下降算法进行迭代求解。在过程中，需要多次全局迭代才能达到收敛，即重复图1中的模型训练过程。将第 i 轮的全局模型记为 $w(i)$ ，将用户 n 使用自身数据进行训练后更新的本地模型记为 $w_n(i)$ ，在迭代过程中，用户 n 本地模型的更新方式为

$$w_n(i+1) = w(i) - \eta \nabla F_n(w(i)) \quad (4)$$

服务器收到所有训练用户的本地模型之后，进行聚合以更新全局模型

$$w(i+1) = \sum_{n \in \mathcal{K}} \frac{O_n}{\sum_{n \in \mathcal{K}} O_n} w_n(i+1) \quad (5)$$

当全局模型的精度满足要求或达到训练时间阈值时，训练过程终止。

1.2 通信与计算模型

将系统的模型学习过程分为两部分，模型训练

过程称为计算过程，模型传输过程称为通信过程。首先介绍通信过程的模型。假设采用正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency-division multiplexing) 技术将本地模型从用户端上传至服务器。设上行总带宽为 B ，在将本地模型上传至服务器的过程中，对参与训练的用户分配不同比例的带宽资源，对不参与训练的用户不分配带宽资源。另外，由于服务器使用整个下行带宽来广播全局模型^[7]，所有用户都有均等的下行访问权，故专注于上行链路中可以优化的资源分配。对于训练用户，由于仅在任务开始前进行一次博弈激励，并且在博弈过程中仅需要传输少量计算资源、通信资源等参数，因此仅关注每轮训练过程中训练用户的通信资源和成本。

考虑所处位置不同对用户通信能力的影响^[29]，将用户 n 与基站之间的信道增益定义为

$$g_n = h_n \zeta_n \rho_n \quad (6)$$

其中， h_n 为小尺度衰落分量，遵循复高斯分布；路径损失为

$$\zeta_n = 128.1 + 37.6 \text{lb} d_n \quad (7)$$

采用自由空间衰落模型，其中 d_n 表示用户 n 与基站之间的距离，单位为 km； ρ_n 为阴影衰落，遵循对数正态分布。根据香农公式，用户 n 的上行传输速率为

$$r_n = \lambda_n B \text{lb}(1 + p_n g_n / Z_0) \quad (8)$$

其中， λ_n 为用户 n 所分配的带宽资源占总带宽的比例， Z_0 为噪声功率， p_n 为用户 n 的发射功率。在一次全局迭代中，用户 n 的通信时间 t_n^M 和通信功耗 E_n^M 分别为

$$t_n^M = \frac{D}{\lambda_n B \text{lb}(1 + p_n g_n / Z_0)} \quad (9)$$

$$E_n^M = p_n t_n^M \quad (10)$$

其中, D 代表 FL 模型的大小。每次训练完成之后, 训练用户需将本地模型参数发送至服务器端。

计算过程中, 由于服务器的模型聚合复杂度较低, 故更关注用户的计算时间和功耗。计算过程(即模型训练过程)的时间主要与数据大小和 CPU 的处理能力有关^[8], 成本主要来自 CPU 的功耗。因此, 将用户 n 在一次全局迭代中的计算时间 t_n^p 和计算功耗 E_n^p 定义为

$$t_n^p = \frac{I_n \mu_n O_n \Delta}{f_n} \quad (11)$$

$$E_n^p = I_n \mu_n O_n \Delta e_n f_n^2 \quad (12)$$

其中, I_n 为用户 n 本地训练的 epoch 次数, 表示在一次本地训练期间数据集的使用次数; μ_n 为用户 n 处理单位比特数据所需的 CPU 周期数; O_n 为用户 n 的数据样本量; Δ 为单个数据样本的大小; f_n 为用户 n 的 CPU 频率; e_n 为用户 n 计算芯片组的有效电容参数。

将用户 n 在一次全局迭代中的训练时间定义为通信时间与计算时间之和

$$t_n = t_n^M + t_n^p \quad (13)$$

1.3 数据质量模型

无论何种形式的学习任务, 机器学习模型学习效果(精度)的质量很大程度上取决于训练数据的质量。总体上, 好的数据样本往往带来更准确的学习效果。为了确定数据质量与训练效果之间的关系, 以分类任务和 MNIST 数据集为例, 通过实验分析数据对训练效果的影响。将用户 n 的数据质量 q_n 定义为数据量和非 O_n 独立同分布(Non-IDDD, non-independent identically distributed)程度 δ_n 的函数。采用推土机距离(EMD, earth mover's distance)^[30]来度量用户数据的 Non-IDDD 程度, 记为 δ_n 。 δ_n 表示用户 n 的数据分布与客观世界中该数据集总体分布之间的差异, 其形式化描述为 $\delta_n = \sum_j |\text{Pro}_n^j - \text{Pro}^j|$, 其中 Pro_n^j 表示用户 n 的 j 类样本占该用户总样本的比例, δ_n 越小则用户 n 的数据整体越接近独立同分布(IDDD, independent identically distributed)。 Pro^j 表示客观世界中该数据集的第 j 类样本的分布, 合理地假设其是独立同分布的, 即 $\text{Pro}^j = 0.1$, ($\forall j = 0, 1, \dots, J$)。

在模拟 FL 训练的过程中, 对 MNIST 数据集以不同的 (O_n, δ_n) 组合方式进行划分并分配给不同的用户以分析数据量 O_n 和非独立同分布程度 δ_n 与训练精度的关系。具体地, 设置包含 5 个训练用户的 FL 场景进行多次重复实验。用户数据量 O_n 设置为 50~500, 间

隔为 50, 用户 EMD 值 δ_n 设置为 0~1.8, 间隔为 0.2。MNIST 数据集的标签为 0~9, 将数据集按照其标签 0~9 分类, 并根据设定的 EMD 值为第一个用户生成一个十分类的概率分布 $\text{Pro}_1 = [\text{Pro}_1^0, \text{Pro}_1^1, \dots, \text{Pro}_1^9]$, 通过将 Pro_1 的 10 个概率值移位 1 次来为第二个用户生成新的分布 Pro_2 , 依此类推, 为 5 个用户生成不同的概率分布。除 EMD = 1.8 (每个用户只拥有一类数据) 和 EMD = 0 (每个用户的数据都是独立同分布) 之外, 对于其他 EMD 值, 将上述概率生成过程重复 2 次, 最终为每个用户的每个 EMD 值生成 3 个概率分布。基于不同的数据量与 EMD 组合进行重复实验, 如 (100, 1.2), 将相同组合下的测试精度取平均值, 数据质量对训练精度的影响如图 2 所示。根据实验结果进行函数拟合(图 2 中绿色部分)以获得精度和数据质量的关系, 并以其衡量用户的数据质量 q_n , 进而表征用户数据对训练效果的影响, 拟合结果为 $q_n = \left(a_0 + a_1 e^{a_2 \delta_n + a_3} + a_4 e^{a_5 O_n + a_6} + a_7 e^{(a_2 \delta_n + a_3)^2} + a_8 e^{(a_5 O_n + a_6)^2} \right)^{-1}$, 其中 a_i 为拟合参数。

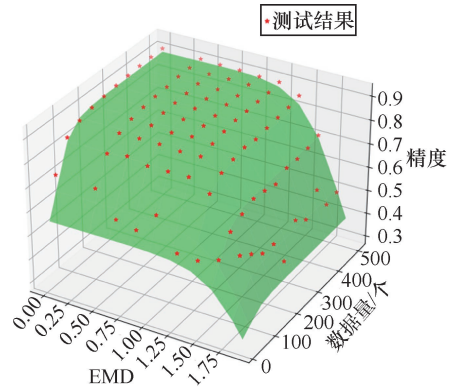


图 2 数据质量对训练精度的影响

1.4 问题建模

结合用户的计算与数据质量贡献将给予用户 n 的报酬定义为 $(\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n$, 其中, τ_n 为对用户 n 的单位计算与数据质量定价, 在后续实验环节将证明该定价方式有利于激励高数据质量用户参与训练。用户 n 将基于所得报酬决策其为训练任务付出的计算资源, 即 CPU 频率 f_n 。用户 n 的成本 c_n 为计算成本与通信成本之和: $c_n = c_n^p + c_n^M = \theta_n^p E_n^p + \theta_n^M E_n^M$, 其中 θ_n^p 和 θ_n^M 分别为用户 n 的单位计算与通信功耗成本。将用户 n 的效用函数定义为其净利润

$$u_n = (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n - c_n^p - c_n^M \quad (14)$$

将服务器的效用函数定义为训练时间与总支

付报酬的权重和

$$\bar{u} = \beta \max\{t_n\} + \sum_{n=1}^N (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n \quad (15)$$

在训练开始之前，服务器将通过最小化其效用函数来决定最佳定价策略 τ 和最佳带宽分配策略 λ 。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1 : \min_{\tau, \lambda} \bar{u} &= \beta \max\{t_n\} + \sum_{n=1}^N (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n \\ \text{s.t. } t_n &= t_n^M + t_n^P \\ t_n^M &= D / (\lambda_n B \text{lb}(1 + p_n g_n / Z_0)) \\ t_n^P &= (I_n \mu_n O_n \Delta) / f_n \\ \tau_n &\in [\tau_n^{\min}, \tau_n^{\max}] \\ \lambda_n &\in (0, 1) \\ \sum_{n=1}^N \lambda_n &= 1 \end{aligned} \quad (16)$$

用户 n 将通过最大化其效用函数来决定其最佳贡献策略 f_n ，如果效用函数为负，则该用户放弃参与该 FL 训练任务

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_2 : \max_{f_n} u_n &= (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n - c_n^M - c_n^P \\ \text{s.t. } c_n^M &= \theta_n^M D p_n / (\lambda_n B \text{lb}(1 + p_n g_n / Z_0)) \\ c_n^P &= \theta_n^P I_n \mu_n O_n \Delta e_n f_n^2 \\ g_n &= h_n \rho_n \zeta_n \\ f_n &\in [f_n^{\min}, f_n^{\max}] \\ \lambda_n &\in (0, 1) \\ \sum_{n=1}^N \lambda_n &= 1 \end{aligned} \quad (17)$$

$$f_n^* = \begin{cases} f_n^{\min} & u_n^* > 0, (\omega_1 \tau_n) / (2 I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^P) \leq f_n^{\min} \\ (\omega_1 \tau_n) / (2 I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^P) & u_n^* > 0, f_n^{\min} \leq (\omega_1 \tau_n) / (2 I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^P) \leq f_n^{\max} \\ f_n^{\max} & u_n^* > 0, (\omega_1 \tau_n) / (2 I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^P) \geq f_n^{\max} \\ 0 & u_n^* \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

证明 对于下层子博弈问题，其策略空间 $f_n \in [f_n^{\min}, f_n^{\max}]$ 是非空且紧的凸集；效用函数 $u_n = (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n - \theta_n^M \frac{D p_n}{\lambda_n B \text{lb}(1 + p_n g_n / N_0)} - \theta_n^P I_n \mu_n O_n \Delta e_n f_n^2$ 为关于贡献策略 f_n 的二次连续凹函数。根据引理 1，下层子博弈存在 Nash 均衡解。给定支付策略 $\tau^* = [\tau_1^*, \tau_2^*, \dots, \tau_N^*]$ 和带宽分配

2 Stackelberg 博弈与均衡解

基于 Stackelberg 博弈^[31]理论为服务器与用户之间的博弈定价过程建模。Stackelberg 博弈是一种两阶段的分层博弈机制，第一阶段，服务器作为上层决策者，宣布针对用户的价格奖励和带宽分配，第二阶段，用户作为下层决策者，根据服务器的决策，最大化自己的效用函数来确定其最佳贡献策略。接下来证明双方之间的博弈问题存在稳定最优解，并通过逆向归纳法，先确定第二阶段下层子博弈的最优解，再代入第一阶段的上层子博弈获得 Stackelberg 的均衡解。

2.1 第二阶段：下层子博弈

首先分析下层子博弈。下层子博弈中，针对服务器的出价，每个用户可自行决策其是否参与训练以及付出多少计算资源，即确定最佳 CPU 频率 f_n 。下层子博弈中的用户 n 通过求解 \mathbf{P}_2 得到最佳决策。首先，为证明第二阶段的博弈中用户之间存在 Nash 均衡引入引理 1，之后通过定理 1 证明本文所述第二阶段子博弈存在 Nash 均衡点，并给出每个用户的最优策略。

引理 1 一个包含 N 个参与者的策略型博弈^[31]，对 $\forall n = 1, 2, \dots, N$ ，如果有

- 1) 策略空间是非空、凸且紧的子集；
- 2) 策略空间中的效用函数是连续的、拟凹的；

则该博弈存在纯策略 Nash 均衡。

定理 1 在本文所述第二阶段下层子博弈中，存在 Nash 均衡点，且用户 n 的最优策略为

策略 $\lambda^* = [\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_N^*]$ 时，问题 \mathbf{P}_2 的一阶导数为

$$\frac{\partial u_n}{\partial f_n} = \omega_n \tau_n^* - 2 I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^P f_n \quad (19)$$

根据凸优化的一阶最优性条件，令 $\frac{\partial u_n}{\partial f_n} = 0$ 得到

\mathbf{P}_2 的最优解为

$$f_n^* = \begin{cases} f_n^{\min} & u_n^* > 0, (\omega_1 \tau_n) / (2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p) \leq f_n^{\min} \\ (\omega_1 \tau_n) / (2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p) & u_n^* > 0, f_n^{\min} \leq (\omega_1 \tau_n) / (2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p) \leq f_n^{\max} \\ f_n^{\max} & u_n^* > 0, (\omega_1 \tau_n) / (2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p) \geq f_n^{\max} \\ 0 & u_n^* \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

对 $\forall n=1,2,\dots,N$ ，由于 f_n^* 为 \mathbf{P}_2 的最优解，所以对 $\forall f_n \neq f_n^*$ ，有 $u_n^*(f_n^*, f_n^*) > u_n(f_n, f_n^*)$ ，其中 f_{-n}^* 表示除用户 n 外的其他用户的决策，即当其他用户不改变其决策时，用户 n 的其他任何决策都不会使其收益更高。因此 f_n^* 为用户 n 的最优决策。

2.2 第一阶段：上层子博弈

作为上层子博弈的决策者，服务器可针对不同类型用户，自行决策支付和带宽分配方案。根据逆向归纳法，得到每个用户的 CPU 功率 f_n 关于定价 τ_n 的反应函数之后，求解上层子博弈的解决方案。将反应函数 $f_n = (\omega_1 \tau_n) / 2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p$ 代入 \mathbf{P}_1 得到关于 $\tau = [\tau_1, \dots, \tau_N]$ 和 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_N]$ 的 $2N$ 维的优化问题。接下来通过定理 2 证明本文所提出的 Stackelberg 博弈存在唯一 Stackelberg 均衡解。

定理 2 对于本文所述的服务器与用户的 Stackelberg 博弈存在唯一 Stackelberg 均衡解 $((\tau^*, \lambda^*), f^*)$ 。

证明 首先，函数 \bar{u} 中的 $\sum_{n=1}^N (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\omega_1^2 \tau_n}{2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p} + \omega_2 q_n \right) \tau_n$ 为定义域内关于 τ_n 严格凸的优化问题。令 \bar{u} 的第一项 $\max\{t_n\} = \gamma$ ，将 $2N$ 维的自变量记为 $X = \begin{pmatrix} \tau \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X^1 \\ X^2 \end{pmatrix}$ 。由于 X 为凸集，故 $\forall l \in (0,1)$ ， $\forall x, y \in X$ ，有 $lx + (1-l)y \in X$ 。为方便表示，令 $A_n^1 = \frac{2\theta_n^p I_n^2 \mu_n^2 O_n^2 \Delta^2 e_n}{\omega_1}$ ，令 $A_n^2 = \frac{D}{Blb(1+p_n g_n / Z_0)}$ 。故有

$$\gamma(lx + (1-l)y) = \max \left\{ \frac{A_n^1}{lx_n^1 + (1-l)y_n^1} + \frac{A_n^2}{lx_n^2 + (1-l)y_n^2} \right\} \quad (21)$$

令 $z_n = lx_n^1 + (1-l)y_n^1$ ，令 $f(z_n) = \frac{A_n^1}{z_n}$ ， $f(z_n)$ 是

关于 z_n 的反比例函数，是 z_n 的凸函数。故对于定义域内的 z_{n_1} 、 z_{n_2} ，有

$$f(lz_{n_1} + (1-l)z_{n_2}) \leq lf(z_{n_1}) + (1-l)f(z_{n_2}) \quad (22)$$

故

$$f(lz_{n_1} + (1-l)z_{n_2}) = \frac{A_n^1}{lz_{n_1} + (1-l)z_{n_2}} \leq lf(z_{n_1}) + (1-l)f(z_{n_2}) = \frac{lA_n^1}{z_{n_1}} + \frac{(1-l)A_n^1}{z_{n_2}} \quad (23)$$

故

$$\frac{A_n^1}{lx_n^1 + (1-l)y_n^1} \leq \frac{lA_n^1}{x_n^1} + \frac{(1-l)A_n^1}{y_n^1} \quad (24)$$

同理，有

$$\frac{A_n^2}{lx_n^2 + (1-l)y_n^2} \leq \frac{lA_n^2}{x_n^2} + \frac{(1-l)A_n^2}{y_n^2} \quad (25)$$

$$\text{令 } m = \arg \max \left\{ \frac{A_n^1}{lx_n^1 + (1-l)y_n^1} + \frac{A_n^2}{lx_n^2 + (1-l)y_n^2} \right\},$$

则

$$\begin{aligned} \gamma(lx + (1-l)y) &= \frac{A_m^1}{lx_m^1 + (1-l)y_m^1} + \frac{A_m^2}{lx_m^2 + (1-l)y_m^2} \leq \\ &\frac{lA_m^1}{x_m^1} + \frac{(1-l)A_m^1}{y_m^1} + \frac{lA_m^2}{x_m^2} + \frac{(1-l)A_m^2}{y_m^2} \leq \\ &\max \left\{ \frac{lA_n^1}{x_n^1} + \frac{(1-l)A_n^1}{y_n^1} + \frac{lA_n^2}{x_n^2} + \frac{(1-l)A_n^2}{y_n^2} \right\} = \\ &l \max \left\{ \frac{A_n^1}{x_n^1} + \frac{A_n^2}{x_n^2} \right\} + (1-l) \max \left\{ \frac{A_n^1}{y_n^1} + \frac{A_n^2}{y_n^2} \right\} = \\ &l \max \gamma(x) + (1-l) \gamma(y) \end{aligned} \quad (26)$$

则得证 $\gamma(X)$ 为凸函数，故 $\bar{u} = \beta\gamma + \sum_{n=1}^N \left(\frac{\omega_1^2 \tau_n}{2I_n \mu_n O_n \Delta e_n \theta_n^p} + \omega_2 q_n \right) \tau_n$ 为关于 $\begin{pmatrix} \tau \\ \lambda \end{pmatrix}$ 的严格凸函数。因此 \mathbf{P}_1 存在最优解 $\tau^* = [\tau_1^*, \tau_2^*, \dots, \tau_N^*]$ ， $\lambda^* = [\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_N^*]$ 。故满足当 $f^* = [f_1^*, f_2^*, \dots, f_N^*]$

时, $\bar{u}^*(\tau^*, \lambda^*) < \bar{u}(\tau, \lambda)$, 对于 $\forall (\tau, \lambda) \neq (\tau^*, \lambda^*)$ 。

结合定理 1, 有

$$\bar{u}^*((\tau^*, \lambda^*), f^*) < \bar{u}((\tau, \lambda), f^*) \quad (27)$$

$$u_n^*((\tau^*, \lambda^*), (f_n^*, f_{-n}^*)) > u_n((\tau^*, \lambda^*), (f_n, f_{-n}^*)) \quad (28)$$

故双方 Stackelberg 博弈过程存在唯一的 Stackelberg 均衡解 $((\tau^*, \lambda^*), f^*)$ 。

\mathbf{P}_1 目标函数内包含最大化项, 难以直接求解, 故采用变量替换的方式将其进行问题转换, 令 $t_{\max} = \max_n t_n$, \mathbf{P}_1 等价于

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_3 : \min_{\tau, \lambda} \bar{u} &= t_{\max} + \sum_{n=1}^N (\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) \tau_n \\ \text{s.t. } t_n^M &= \frac{D}{\lambda_n B \ln(1 + p_n g_n / Z_0)} \\ g_n &= h_n \rho_n \zeta_n \\ t_n^p &= \frac{I_n \mu_n O_n \Delta}{f_n} \\ \tau_n &\in [\tau_n^{\min}, \tau_n^{\max}] \\ \lambda_n &\in (0, 1) \\ \sum_{n=1}^N \lambda_n &= 1 \\ t_n^M + t_n^p &\leq t_{\max} \end{aligned} \quad (29)$$

此时, 服务器端的优化问题转换为包含变量 $(\tau, \lambda, t_{\max})$ 的优化问题, 根据定理 2 可知, \mathbf{P}_3 为凸优化问题, 之后通过 MATLAB 的 fmincon 求解器对 \mathbf{P}_3 进行求解得到 τ^* 与 λ^* 。服务器与用户间 Stackelberg 博弈完成后, 拟参与训练的用户 (即 $f_n^* > 0$ 的用户) 将按照服务器的要求参与训练, 训练过程中, 服务器按照博弈过程的约定为训练用户分配带宽资源。多轮训练完成后, 服务器获得学习到的联邦模型, 并按照博弈过程的约定, 支付训练用户报酬。

3 实验结果与分析

3.1 实验设置

设置一个中央服务器, 并在其 (10, 100) m 范围内随机生成 20 个移动用户, 总带宽为 $B = 10$ MHz。用户的发射频率 $p_n \in [0.1, 1]$ W, 信道损失模型如第 1.2 节描述。用户处理单位比特所需的 CPU 周期数为 $\mu_n \in [15, 20]$, 每个数据样本的大小为 6 272 bit, 用户的数据量介于 [20, 200] 个之间, 模型的大小为

3.4×10^6 bit, 用户数据为非独立同分布。以十分类数据集为例, 基于 MNIST 数据集进行联邦学习任务, 模型为带有 ReLU 激活函数的 3 个全连接层网络。为产生非独立同分布的数据, 为每个用户 n 随机生成一个表示该用户每类样本所占总样本比例的概率分布 $p_n = [p_n^0, p_n^1, \dots, p_n^9]$, 满足 $\sum_{j=0}^9 p_n^j = 1$ 。

3.2 实验结果与分析

首先将 IMBA 方案与理想的资源无限用户参与方案 (假设所有用户无私地参与训练)、随机选择方案 (假设用户无私, 从所有用户中随机选择若干个用户) 以及高单位成本价值用户优先参与方案 (不考虑用户净收益的情况下, 服务器优先选择单位成本价值即 $(\omega_1 f_n + \omega_2 q_n) / \tau_n$ 更高的用户参与训练) 比较, 进行 100 次全局迭代的联邦训练。随机选择时按照 IMBA 方案下参与用户数作为随机选择方案的选择用户数。不同方案的训练效果对比如图 3 所示, 可以看出 IMBA 选择方案的训练精度与资源无限选择方案相当。与随机选择方案以及设定的高单位成本价值优先选择方案相比, IMBA 方案收敛速度更快, 精度更高。

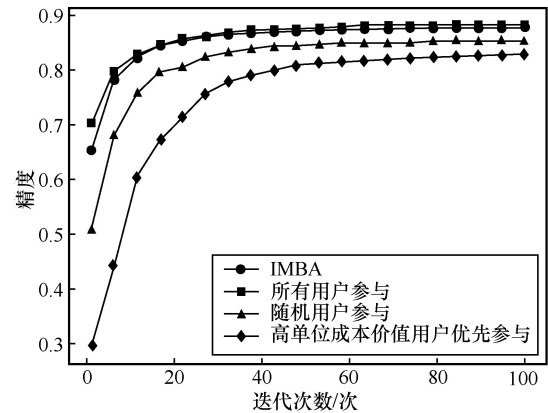


图 3 不同方案的训练效果对比

接着以训练精度 0.8 为目标, 探究了 3 种方案在收敛速度方面的情况, 即判断 4 种方案下训练精度达到 0.8 所需要的迭代次数。收敛到目标精度所需迭代次数对比如图 4 所示, 横坐标为任务 ID, 表示同一模型的多次学习过程, 纵坐标表示达到目标精度所需要的迭代次数。在收敛速度方面, 所提出的 IMBA 方案要优于随机选择, 并且在多数情况下收敛速度与理想状态下的所有用户参与训练情况相近。

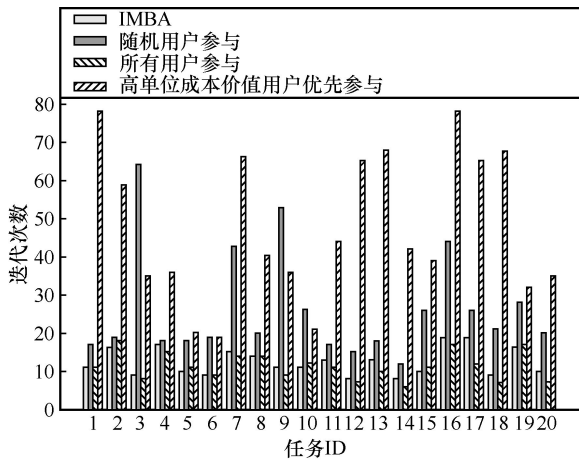


图4 收敛到目标精度所需迭代次数对比

为分析联合优化激励与带宽分配过程对训练时间和服务器效用函数的影响，进行了对比实验，对比 IMBA 与平均带宽分配和随机带宽分配对比。实验中，平均/随机带宽分配时服务器只按照 IMBA 方案进行支付决策，不进行带宽分配决策，在支付决策前进行平均/随机带宽分配。不同带宽分配方案下对数时间的对比如图 5 所示，不同带宽分配方案下对数效用函数的对比如图 6 所示，对时间和效用函数数据进行了取对数处理，可以看出，联合优化方案更有利于训练时间及服务器效用的降低，在多次随机实验里 IMBA 方案整体趋于平稳，而对比方案受用户随机性影响更大。

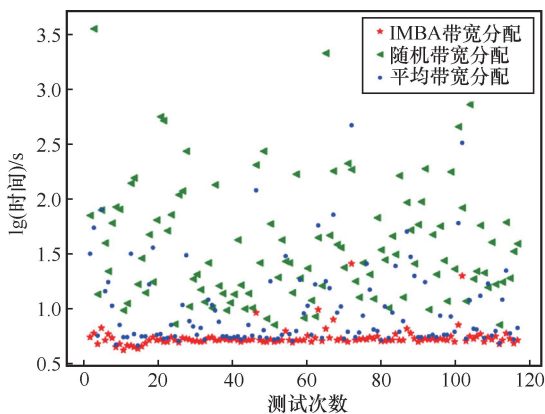


图5 不同带宽分配方案下对数时间的对比

接下来研究了服务器效用函数中权衡参数 β 对服务器总支付成本和训练时间的影响，并观察了不同的 β 下参与训练用户的数据质量。参数 β 表示服务器对时间和支付成本的权衡，当服务器有更强的时间要求时，可通过增大 β 降低训练时延；当服务器对时间不敏感时，可以适当减少 β 以节省支付成本。为保证单一变量，实验中将 20 个用户固定，

每次只更改 β 参数。参数 β 对训练时间的影响如图 7 所示，参数 β 对总报酬支出的影响如图 8 所示，当 β 逐渐增加时，训练时间降低但总支付成本增加，这表明当服务器希望降低训练时间时，需要将定价提高以激励用户付出更多的计算资源来降低计算时间。

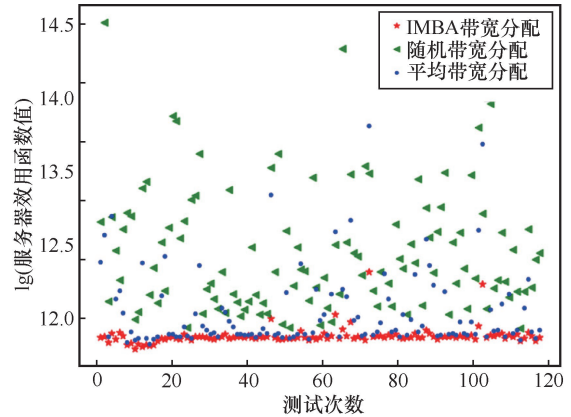


图6 不同带宽分配方案下对数效用函数的对比

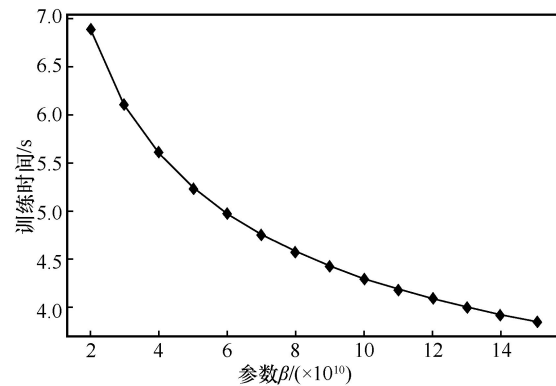


图7 参数 β 对训练时间的影响

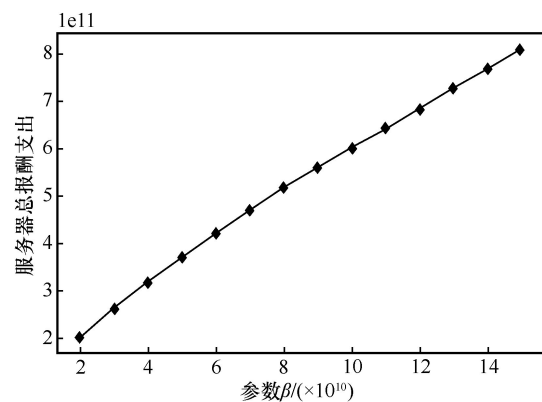


图8 参数 β 对总报酬支出的影响

此外，当 β 变化时，每次选择参加训练的用户情况有所不同。我们按照数据质量 q_n 对用户进行升序排序并以此代表用户编号，不同参数 β 下参与训

表2 不同参数 β 下参与训练的用户

参数 $\beta / (\times 10^{10})$	参与训练的用户序号
2, 3, 4	11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
5, 6	7, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
7, 8, 9, 10, 11, 12	7, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
13	7, 8, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
14	7, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20
15	7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

练的用户见表2，选择参与训练的用户在 β 不同时有所不同，但整体上，即使用户的单位成本、通信能力、计算能力等多个方面存在差异，IMBA方案总是能激励数据质量较好的用户更多地参与训练。

4 结束语

为实现无线网络下高效、经济的联邦学习，本文提出了一种联合带宽分配的激励机制IMBA。在IMBA中，服务器综合考虑用户的数据质量、计算能力、通信能力和训练成本等因素，激励数据质量佳的用户为训练任务贡献个人资源，并通过带宽分配进一步优化训练时间。实验结果表明，IMBA能够激励数据质量更好的用户参与训练，进而提高训练精度与收敛速度，通过结合带宽分配进一步降低训练时间，此外，IMBA能够帮助服务器对训练时间与支付成本进行灵活的权衡，例如在对降低训练时间要求更大时，可设置较大的参数 β ，以付出更多支付成本的代价换取更低的训练时间。

参考文献：

[1] MCMAHAN B, MOORE E, RAMAGE D, et al. Communication-efficient learning of deep networks from decentralized data[C]//Artificial intelligence and statistics. New York: PMLR, 2017: 1273-1282.

[2] LIM W Y B, LUONG N C, HOANG D T, et al. Federated learning in mobile edge networks: A comprehensive survey[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2020, 22(3): 2031-2063.

[3] CHEN Y Q, QIN X, WANG J D, et al. Fed Health: a federated transfer learning framework for wearable healthcare[J]. IEEE Intelligent Systems, 2020, 35(4): 83-93.

[4] LIU D B, DLIGACH D, MILLER T. Two-stage federated phenotyping and patient representation learning[EB]. 2019.

[5] 微众银行. 联邦学习白皮书 v2.0[R]. 2020. WEBANK. Federated learning white paper v2.0[R]. 2020.

[6] QIN Z, LI G Y, YE H. Federated learning and wireless communications[J]. IEEE Wireless Communications, 2021, 28(5): 134-140.

[7] SHI W Q, ZHOU S, NIU Z S. Device scheduling with fast conver-

gence for federated learning[C]//Proceedings of ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-6.

[8] YANG Z H, CHEN M Z, SAAD W, et al. Energy efficient federated learning over wireless communication networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(3): 1935-1949.

[9] CHEN M Z, YANG Z H, SAAD W, et al. A joint learning and communications framework for federated learning over wireless networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(1): 269-283.

[10] REN J K, YU G D, DING G Y. Accelerating DNN training in wireless federated edge learning systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2021, 39(1): 219-232.

[11] ABDULRAHMAN S, TOUT H, MOURAD A, et al. FedMCCS: multicriteria client selection model for optimal IoT federated learning[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(6): 4723-4735.

[12] ZHANG W Y, WANG X M, ZHOU P, et al. Client selection for federated learning with non-IID data in mobile edge computing[J]. IEEE Access, 2021, 9: 24462-24474.

[13] CHEN M Z, POOR H V, SAAD W, et al. Convergence time minimization of federated learning over wireless networks[C]//Proceedings of ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-6.

[14] NISHIO T, YONETANI R. Client selection for federated learning with heterogeneous resources in mobile edge[C]//Proceedings of ICC 2019-2019 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-7.

[15] CHAIZ, ALI A, ZAWAD S, et al. TiFL: a tier-based federated learning system[EB]. 2020.

[16] ZENG Q S, DU Y Q, HUANG K B, et al. Energy-efficient radio resource allocation for federated edge learning[C]//Proceedings of 2020 IEEE International Conference on Communications Workshops. Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-6.

[17] XU J, WANG H. Client selection and bandwidth allocation in wireless federated learning networks: a long-term perspective[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 20(2): 1188-1200.

[18] ZHU G X, WANG Y, HUANG K B. Broadband analog aggregation for low-latency federated edge learning[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(1): 491-506.

[19] LIM W Y B, HUANG J Q, XIONG Z H, et al. Towards federated learning in UAV-enabled Internet of vehicles: a multi-dimensional contract-matching approach[J]. IEEE Transactions on Intelligent

Transportation Systems, 2021, 22(8): 5140-5154.

- [20] NISHIO T, SHINKUMA R, MANDAYAM N B. Estimation of individual device contributions for incentivizing federated learning[C]// Proceedings of 2020 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-6.
- [21] WANG G, DANG C X, ZHOU Z Y. Measure contribution of participants in federated learning[C]// Proceedings of 2019 IEEE International Conference on Big Data(Big Data). Piscataway: IEEE Press, 2019: 2597-2604.
- [22] WU M Q, YE D D, DING J H, et al. Incentivizing differentially private federated learning: a multidimensional contract approach[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(13): 10639-10651.
- [23] PANDEY S R, TRAN N H, BENNIS M, et al. A crowdsourcing framework for on-device federated learning[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(5): 3241-3256.
- [24] LI M, WENG J, YANG A J, et al. CrowdBC: a blockchain-based decentralized framework for crowdsourcing[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2019, 30(6): 1251-1266.
- [25] KANG J W, XIONG Z H, NIYATO D, et al. Incentive mechanism for reliable federated learning: a joint optimization approach to combining reputation and contract theory[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(6): 10700-10714.
- [26] JIAO Y T, WANG P, NIYATO D, et al. Toward an automated auction framework for wireless federated learning services market[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2021, 20(10): 3034-3048.
- [27] TANG M, WONG V W. An incentive mechanism for cross-silo federated learning: a public goods perspective[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM). IEEE, 2021: 1-10.
- [28] DING N N, FANG Z X, HUANG J W. Incentive mechanism design for federated learning with multi-dimensional private information[C]// Proceedings of 2020 18th International Symposium on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc, and Wireless Networks (WiOPT). Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-8.
- [29] SHANG L C, WANG X H, WANG P, et al. Computation offloading management in vehicular edge network under imperfect CSI[C]// Proceedings of 2019 IEEE 2nd International Conference on Information Communication and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2019: 199-203.
- [30] ZHAO Y, LI M, LAI L Z, et al. Federated learning with non-IID data[EB]. 2018.
- [31] NARAHARI Y. 博弈论与机制设计[M]. 曹乾, 译. 北京: 中国人民大学出版社, 2017.
- NARAHARI Y. Game theory and mechanism design[M]. CAO Q, Translator. Beijing: Chinese People's Publishing House., 2017.

[作者简介]



郭英芸 (1995-), 女, 北京交通大学硕士生, 主要研究方向为移动与互联网络。



高博 (1984-), 男, 北京交通大学副教授, 主要研究方向为无线网络、移动计算、机器学习。



张志飞 (1971-), 男, 博士, 北京交通大学计算机与信息技术学院高级工程师, 博士, 主要研究方向为网络通信理论、网络安全等。



张焜 (1983-), 男, 博士, 国网能源研究院有限公司高级工程师, 主要研究方向为泛在电力物联网、无线协作网络、电能替代等。



熊轲 (1981-), 男, 博士, 北京交通大学计算机与信息技术学院教授、副院长, 主要研究方向为无线协作网络、无线移动网络和网络信息理论等。